

# Olimpiada de Matematică

## Programa clasele V-VIII

### Etapa județeană

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapa națională sunt incluse în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă de la etapele
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară, marcate cu text *încadrat* în prezenta programă, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă.

## Clasa a V-a

### Etapa județeană

#### 1. Numere naturale

- Operații cu numere naturale. Factor comun. Teorema împărțirii cu rest. *Sume Gauss. Reguli de calcul cu puteri.* Compararea puterilor. Ultima cifră. Pătrate perfecte. Cuburi perfecte. *Sisteme de numerație*
- Divizibilitatea în  $\mathbb{N}$ . *Numere prime. Numere compuse. Descompunerea numerelor naturale în produs de factori primi.*

#### 2. Mulțimi

- Submulțimi. Cardinalul unei mulțimi. Operații cu mulțimi. *Principiul includerii și excluderii. Partiții*

#### 3. Metode de rezolvare a problemelor de aritmetică

- *Metoda comparației. Metoda grafică. Metoda falsei ipotezei. Metoda mersului invers. Probleme de mișcare. Probleme de numărare. Principiul cutiei (Principiul lui Dirichlet). Metoda reducerii la absurd*

### Etapa națională

#### 4. Numere raționale pozitive

- Frații ordinare. Amplificarea. Simplificarea. Operații cu fracții ordinare
- Frații zecimale. Operații. Media aritmetică. Ecuații liniare în  $\mathbb{Q}$ . Inecuații liniare în  $\mathbb{N}$  și  $\mathbb{Q}$ .

#### 5. Elemente de geometrie și unități de măsură

## Clasa a VI-a

### ALGEBRĂ

### Etapa județeană

#### 1. Numere naturale

- Proprietățile divizibilității în  $\mathbb{N}$ . Criteriile de divizibilitate cu: 2; 5; 10;  $2^n$ ;  $5^n$ ; 3; 9; 7; 11; 13. Numere prime. Numere compuse. Teorema fundamentală a aritmeticii. C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. Numere prime între ele.
- $[a,b] \cdot (a,b) = a \cdot b$ ;  $a | b \cdot c$  și  $(a,b) = 1 \Rightarrow a | c$ ;
- Dacă  $(a,b) = d \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}$  astfel încât  $(x,y) = 1$  și  $a = dx, b = dy$ ;
- Dacă  $[a,b] = m \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}$  astfel încât  $(x,y) = 1$  și  $m = ax, m = by$ .

#### 2. Numere raționale pozitive

- Operații cu numere raționale pozitive. Media aritmetică ponderată a unor numere raționale pozitive
- Ecuații în mulțimea numerelor raționale pozitive. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/ inecuațiilor

#### 3. Rapoarte și proporții

- Rapoarte. Proporții. Procente. Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale. Șir de rapoarte egale. Proporzionalitate directă. Proporzionalitate inversă.

### Etapa națională

#### 4. Rapoarte și proporții

- Elemente de organizare a datelor; reprezentarea datelor prin grafice; probabilități.

## 5. Numere întregi

- Operații în  $\mathbb{Z}$ . Modulul unui număr întreg. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Reguli de calcul cu puteri. Ecuații și inecuații în  $\mathbb{Z}$ . Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/inecuațiilor
- Divizibilitatea în  $\mathbb{Z}$ . Proprietăți ale divizibilității în  $\mathbb{Z}$ .

## GEOMETRIE

### Etapa județeană

#### 1. Punct. Dreaptă. Semidreaptă. Segment

- Conținutul programei școlare.

#### 2. Unghi

- Conținutul programei școlare
- *Teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf*

#### 3. Congruența triunghiurilor

- Conținutul programei școlare și cazul L.U.U.

#### 4. Perpendicularitate

- Drepte perpendiculare, oblice. Distanța de la un punct la o dreaptă.
- Bisectoarea unui unghi; proprietatea bisectoarei; concurența bisectoarelor unghiurilor unui triunghi
- Mediatoarea unui segment; proprietatea mediatoarei; concurența mediatoarelor laturilor unui triunghi
- Înălțimea în triunghi, concurența înălțimilor
- Criteriile de congruență ale triunghiurilor dreptunghice: IC, IU, CC, CU

### Etapa națională

#### 5. Paralelism

- Conținutul programei școlare
- *Teorema directă și teorema reciprocă a liniei mijlocii a unui triunghi*

#### 6. Proprietăți ale triunghiurilor

- Conținutul programei școlare
- **Teorema:** Într-un triunghi dreptunghic, lungimea catetei care se opune unghiului de  $30^\circ$  este jumătate din lungimea ipotenuzei. Teorema reciprocă.
- **Teorema:** Într-un triunghi dreptunghic, lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din lungimea ipotenuzei. Teorema reciprocă.
- *Inegalități geometrice: Inegalitatea triunghiului. Într-un triunghi, la latura mai mare se opune unghiul mai mare, și reciproc. Teorema perpendicularelor și a oblicelor.*

## Clasa a VII-a

## ALGEBRĂ

### Etapa județeană

#### 1. Mulțimea numerelor raționale

- Conținutul programei școlare

#### 2. Mulțimea numerelor reale

- Conținutul programei școlare
- Modulul unui număr real. *Proprietățile modulului.* Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real
- Reguli de calcul cu radicali. Raționalizarea numitorilor. *Formula radicalilor dubli și următoarele rezultate:*

a) Dacă  $a, b \in \mathbb{Q}^*$  și  $p, q \in \mathbb{Q}^*$  astfel încât  $p\sqrt{a} + q\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$ , atunci  $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$  și  $\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$ .

b) Dacă  $a \in \mathbb{Q}^*$  și  $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ , atunci  $a+x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  și  $a \cdot x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ .

#### 3. Calcul algebric

- Conținutul programei școlare și următoarele rezultate:

a)  $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$  și  $n \in \mathbb{N}$ ;

b)  $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$  și  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n$  impar;

c)  $(a+b)^n = M_a + b^n$ , unde  $a, b \in \mathbb{Z}$  și  $n \in \mathbb{N}^*$

d)  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$  (identitatea lui Lagrange)

## Etapa națională

### 4. Ecuații și inecuații

- Conținutul programei școlare
- Inegalități. Sume. Probleme de maxim și de minim
  - a)  $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ;  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ , pentru orice  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ;
  - b)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ , pentru orice  $a, b > 0$
  - c)  $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$ ,  $\forall a_i > 0, i = \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}^*$   
(inegalitatea mediilor);
  - d)  $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2$ ,  $\forall a_i, b_i \in \mathbb{R}, i = \overline{1, n}$  și  $n \in \mathbb{N}^*$   
(inegalitatea Cauchy – Buniakovski – Schwarz).

### 5. Elemente de organizare a datelor

- Conținutul programei școlare

## GEOMETRIE

### Etapa județeană

#### 1. Patrulater

- Conținutul programei școlare

#### 2. Asemănarea triunghiurilor

- Conținutul programei școlare
- Teorema lui Thales. Teorema reciprocă a teoremei lui Thales. Teorema paralelelor echidistante. Teorema paralelelor neechidistante. Linia mijlocie în triunghi; proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi; proprietăți. Linia mijlocie în trapez; proprietăți. Teorema fundamentală a asemănării. Criterii de asemănare a triunghiurilor. Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă.

#### 3. Probleme de coliniaritate. Probleme de concurență

- Teorema lui Menelaos; teorema reciprocă. Teorema lui Ceva; teorema reciprocă.

### Etapa națională

#### 4. Relații metrice

- Conținutul programei școlare
- Teorema lui Pitagora generalizată. Teorema cosinusului. Teorema sinusurilor. Teorema medianei:

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}.$$

- Arii:  $A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ;  $A_\Delta = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$ ;  $A_\Delta = p \cdot r$ ;  $A_\Delta = \frac{abc}{4R}$ ;  $A_{\text{patrulater convex}} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin(d_1, d_2)}{2}$ .

#### 5. Cercul

- Conținutul programei școlare
- Patrulater inscriptibil. Patrulater circumscriptibil. Condiții de inscriptibilitate, condiții de circumscriptibilitate
- Dreapta lui Simson. Cercul lui Euler

#### 6. Probleme elementare de loc geometric

## Clasa a VIII–a

### ALGEBRĂ

#### Etapa județeană

##### 1. Mulțimea numerelor reale

- Conținutul programei școlare
- Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real. Ecuatii. Modulul unui număr real. Ecuatii
- Intervale. *Operații cu intervale. Inecuații*
- Formulele de calcul prescurtat. Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere. Operații

#### Etapa națională

##### 2. Funcții

- Conținutul programei școlare

##### 3. Ecuatii, inecuații și sisteme de ecuații

- Conținutul programei școlare

### GEOMETRIE

#### Etapa județeană

##### 1. Puncte, drepte, plane. Paralelism

- Conținutul programei școlare
- Teoreme de paralelism; teorema lui Menelaos în spațiu; teorema reciprocă teoremei lui Menelaos; teorema lui Thales în spațiu; axe de simetrie ale paralelipipedului dreptunghic; axa de simetrie a piramidei patrulater regulate; simetria față de un plan; secțiuni axiale în corpurile care admit axe de simetrie

##### 2. Proiecții ortogonale pe un plan

- Conținutul programei școlare
- Perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremelor celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector

#### Etapa națională

##### 3. Calcul de arii și volume (prisma, piramida, trunchiul de piramidă)

- Conținutul programei școlare

##### 4. Corpuri rotunde

- Conținutul programei școlare

##### 5. Probleme elementare de loc geometric

#### NOTE.

1. La toate etapele olimpiadei de matematică (locală, județeană, națională), autorul problemelor din concurs va utiliza conținutul prezentei programe pentru olimpiadă.
2. Temele propuse vor cuprinde atât conținuturile obligatorii pentru toți elevii, cât și conținuturile suplimentare.
3. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fundamentale, fără demonstrație (de exemplu: teorema lui Steiner, teorema lui Ptolemeu, teorema lui Fermat și principiul inducției matematice etc.) conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.